

REDUCTION ORDER METHODS APPLIED TO RESERVOIR SIMULATION

Dara Liandra Lanznaster, Lindaura Maria Steffens

Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Departamento de Engenharia de Petróleo, CESFI – Balneário Camboriú - SC

daraliandra@gmail.com, lindaura.steffens@udesc.br

Abstract. Reservoir simulation is one of the most important area in petroleum engineering, being used during the whole life of oil and gas fields, for example during production and enhanced oil recovery techniques. The reservoir models used during the simulations are built to look like the reality, but it involves a large number of cells and heterogeneities, what takes a big time to be simulated and reduces the number of possible simulations. Reducing Order Methods are a solution for time and memory expended during reservoir simulations. This technique allow the transformation of high-dimensional models into meaningful representations that reduces the dimension of the matrices used during the simulations. The simulation using than the matrices obtained in the reduction reduces the number of unknowns of the system, and the simulation time.

Palavras-chave: Reservatórios de petróleo, Simulação, Métodos de redução de ordem.

1. INTRODUÇÃO

A simulação de reservatórios é de fundamental importância no ramo da Engenharia de Petróleo, fundamentando desde decisões relacionadas à exploração de um campo quanto aos métodos de recuperação avançada que serão aplicados no reservatório. Neste contexto, modelos geológicos e dos fluídos contidos no reservatório são o ponto de partida das simulações, envolvendo uma grande quantidade de dados para que a simulação se aproxime o máximo possível do que ocorre na realidade.

Conhecer o comportamento da pressão no meio poroso é, então, o fomento de decisões importantes para um campo de petróleo. O campo de pressão é dado pela Equação da Difusividade Hidráulica, a qual, segundo Rosa [1], é obtida a partir da

associação de duas equações básicas: a equação da conservação da massa e a lei de Darcy. Considerando um fluxo monofásico com propriedades constantes em um meio heterogêneo, a Equação da Difusividade Hidráulica é dada por:

$$\phi C_t \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\frac{k}{\mu} \nabla p \right) = \tilde{q} \quad (1)$$

Sendo ϕ a porosidade do meio, C_t a compressibilidade do meio poroso, k a permeabilidade da formação, μ a viscosidade do fluido, p a pressão do fluido e \tilde{q} é o termo fonte, que contém dados referentes aos poços inseridos no reservatório.

Uma vez que para problemas realísticos a Eq. (1) é uma equação diferencial parcial e esta não apresenta solução analítica, se faz necessária a aplicação de métodos numéricos para a obtenção do campo de pressões. No escopo deste trabalho, foram aplicados o Método de Diferenças Finitas e o Método de Volumes Finitos para a obtenção dos resultados.

Por apresentarem um grande número de blocos e heterogeneidades, as matrizes envolvidas nas soluções dos sistemas dos métodos numéricos aplicados apresentam grandes dimensões. Desta maneira, o esforço computacional dispendido é imenso, o que envolve computadores com altas capacidades de memória e, além disso, dispendem um grande tempo para serem simuladas. Os Métodos de Redução de Ordem surgem então como uma maneira de reduzir estas variáveis que limitam o número e o tamanho das simulações realizadas. É possível, aplicando estes métodos, gerar novas matrizes, que proporcionaram

resultados reduzidos, a partir apenas de uma simulação com o modelo completo.

Desta maneira, faz-se necessário o desenvolvimento de um código computacional que resolva o campo de pressões do reservatório em vários passos de tempo. A partir disto, a redução de ordem é possível, bem como a análise das zonas que não interferem nos resultados e a diferença destes com relação ao modelo completo.

2. SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS BIDIMENSIONAIS HETEROGÊNEOS

Considerando então um meio poroso heterogêneo e bidimensional, é necessário considerar as permeabilidades equivalentes entre os blocos espacialmente discretizados. A partir disto, aplica-se o método de volumes finitos, com formulação completa encontrada em Aziz [2], obtendo assim um equilíbrio das vazões que entram e saem de um bloco em função da pressão nos blocos vizinhos. Discretiza-se então a parte temporal da Eq. (1), por meio do método de diferenças finitas implícito.

Outra ferramenta aplicada ao problema é a adimensionalização das variáveis envolvidas neste. Isso facilita tanto os cálculos como a interpretação dos resultados, uma vez que não envolvem conversões de unidades.

Por ser uma equação diferencial parcial, faz-se necessária a aplicação de condições de contorno no reservatório estudado para que os resultados possam ser obtidos e que a existência e unicidade destes seja garantida. Neste caso, o reservatório inicialmente encontrava-se a uma pressão dada p_i , com todas as fronteiras seladas, ou seja, com um fluxo prescrito $\bar{q} = 0$.

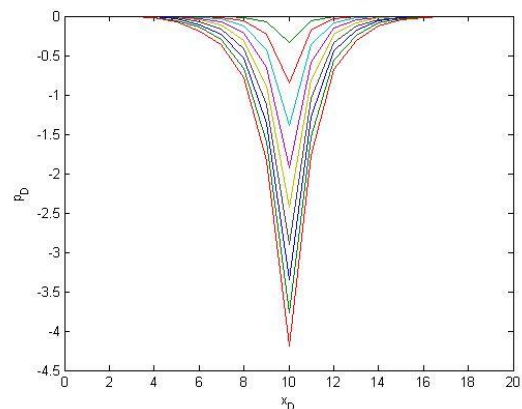
Inserir-se então uma condição de contorno interna, que equivale a um poço de vazão ou pressão prescrita.

Simulando-se então um reservatório quadrado com 20 blocos na direção vertical e 20 na horizontal. Além disso, o tempo máximo adimensional de simulação foi de

10 unidades, subdividido em 20 passos de tempo.

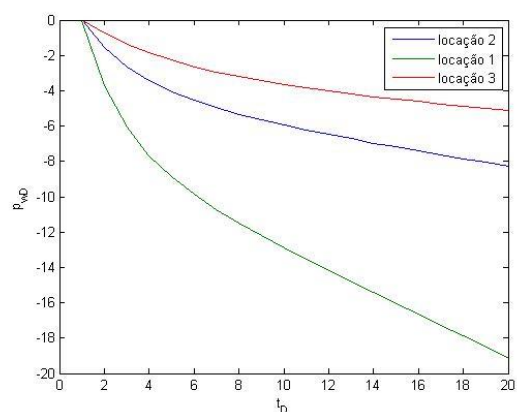
A pressão ao longo da linha horizontal do poço, que corresponde à linha 10, coluna 10, está plotada na Fig. 1, para os passos de tempo pares.

Figura 1 – Pressão ao longo da linha do poço para a primeira localização para vários passos de tempo



Foram testadas diferentes localizações para o poço do problema, analisando a variação das pressões de fundo conforme a permeabilidade do bloco do poço varia. Foram testadas as localizações 1, na linha 9 e coluna 9, a localização 2, na linha 10 e coluna 10, e na localização 3, linha 12 coluna 12. As pressões no fundo para as localizações ao longo do tempo são mostradas na Fig. 2.

Figura 2 – Pressões de fundo de poço para várias localizações



Nota-se então a dependência da permeabilidade do bloco em que o poço está inserido na pressão de fundo. A locação 3 é a que apresenta a menor permeabilidade equivalente, resultando em pressões de fundo menores, fazendo com que o reservatório demore mais para sentir o efeito das fronteiras.

Haja vista a implementação do código computacional para simulação de reservatórios bidimensionais, o próximo passo é o desenvolvimento das rotinas que apliquem a redução de ordem no sistema. Existem vários métodos para que a redução do tamanho das matrizes seja realizada, um deles é a Decomposição Proporcional Ortogonal.

3. DECOMPOSIÇÃO PROPORCIONAL ORTOGONAL

Como os problemas de fluxo multifásico resultam em sistemas não lineares de equações, o método a ser estudado e implementado é a Decomposição Proporcional Ortogonal (DPO), a qual segundo Cardoso [3], é um Método de Redução de Ordem comumente utilizado que pode ser aplicada em problemas não lineares. A principal ideia da Decomposição Proporcional Ortogonal, segundo Sava [4], na redução de ordem de sistemas é a projeção do sistema de grande dimensão em um subespaço de dimensão menor que contenha a dinâmica essencial do sistema.

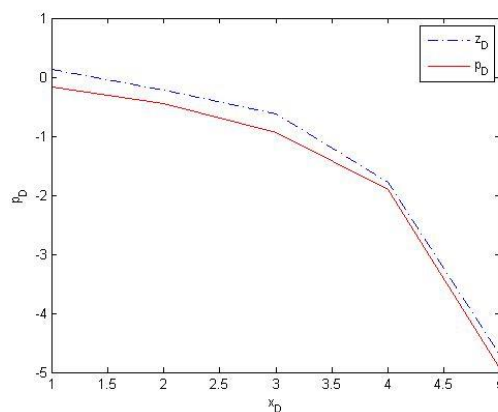
Tendo então os resultados das simulações do modelo completo é possível então aplicar a DPO. Para tal, uma decomposição de valores singulares da matriz de dados é feita, calculando-se a partir desta os autovalores e autovetores da matriz. Segundo o método de DPO apresentado em [3], com base nos autovalores da matriz de dados encontramos os que mais influenciam no sistema, sendo os autovetores correspondentes os que formam a base da redução.

Utilizando os dados obtidos na simulação do modelo completo, foram

calculados os autovalores. A partir disto, verificou-se que apenas 5 dos 20 autovalores encontrados eram significativos. Com os 5 autovetores correspondentes, foi possível então construir a base da transformação para o espaço reduzido.

Simulando então o programa, utilizando a base da DPO determinada previamente, calculamos então o vetor de estado reduzido, z_D , que apresenta apenas 5 incógnitas ao contrário das 400 anteriormente calculadas. Nota-se que as pressões obtidas via modelo completo e modelo reduzido são muito próximas, conforme Fig. 3.

Figura 3 – Pressão e vetor de estado reduzido adimensionais em $t_D = 10$ ao longo da linha do poço



O modelo reduzido levou cerca de 40% do tempo dispendido no modelo completo para ser simulado. Os resultados mostram que os cinco pontos considerados equivalem aos mais próximos ao poço, uma vez que é nesta área que a pressão mais varia ao longo do tempo. Isso ocorre devido à forma simétrica do reservatório simulado, o que faz com que o campo de pressões obtido também o seja.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A simulação de reservatórios de petróleo é de grande importância na indústria do petróleo, apesar de envolver problemas de difícil resolução e que exigem

um enorme esforço computacional para serem simulados. O conhecimento do código computacional que simula o campo de pressões do reservatório estudado também é de grande importância, uma vez que permite a melhor compreensão dos problemas e maior controle do código utilizado.

Aplicando métodos numéricos no cálculo de campos de pressões em reservatório heterogêneos, nota-se que há uma grande dependência entre a permeabilidade em que o poço se encontra e a pressão no fundo do poço. Esses dados são essenciais, uma vez que fomentam decisões relacionadas a produção e exploração de um campo.

Tendo o conhecimento do código que simula o campo de pressões em reservatórios heterogêneos, torna-se possível a aplicação de métodos de redução de ordem, que proporcionam uma redução no tempo e custo computacional de tais simulações. Desta maneira, o próximo passo para o estudo seria a implementação de outros métodos de redução de ordem e o acoplamento destes à simulação. Além disso, inclui-se a análise das áreas do reservatório mais influentes nos resultados e o impacto da redução, bem como a avaliação da influência das condições de contorno nos modelos reduzidos.

REFERÊNCIAS

[1] A. Rosa, R. Carvalho, D. Xavier, Engenharia de Reservatórios de Petróleo, Interciência, p. 177.

[2] K. Aziz, Petroleum Reservoir Simulation, Applied Science Publishers, 204.

[3] M.A. Cardoso, Development and Application of Reduced-Order Modeling Procedures for Reservoir Simulation. *Doctor dissertation*, p.42.

[4] D. Sava, Model-Reduced Gradient Based Production Optimization. *Master of Science Thesis*, p.36.