A HEURISTIC METHOD FOR CONTAINER LOADING PROBLEM

Guilherme L. Kolling, Silvia L. S. Taglialenha
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Departamento de Engenharias da Mobilidade – Centro de Joinville – SC
guilhermekolling@outlook.com, s.taglialenha@ufsc.br

Abstract. The growth of the global economy increases the amount of goods transported in containers, trucks, rail cars or pallets. If the load is done efficiently, that is, to maximize the space occupied by boxes or goods, might have a great impact on the economy of the companies involved, and further, bringing overall ecological benefits, since the flow of ships and trucks can be reduced. These considerations motivate the Container Loading Problem (CLP), which can take or not into account the load stability, strength or weakness of the boxes, load weight limitation, multiple cargo destinations, etc. Although can be made some simplifications in the mathematical model of the CLP, it is a not a polynomial integer linear problem difficult to solve and there are no exact solution techniques that can be implemented efficiently. These considerations have motivated the study and development of various approximate methods (heuristic) to solve the CLP. It is intended to carry out this article a literature review and apply a known method to solve a small problem.

Palavras-chave: *Pesquisa operacional, Heurísticas, Carregamento de contêineres*

1. INTRODUÇÃO

Da necessidade de transportar objetos, produtos, commodities e bens de consumo em geral de maneira mais eficiente, mais rápida e padronizada surgiu o contêiner, definido como uma grande caixa retangular feita de metal ou madeira, com dimensões de comprimento, largura e altura conhecidas. E como em muitas situações os objetos alocados são de diferentes dimensões, formatos e pesos, ou ainda possuem alguma restrição de armazenamento e transporte, busca-se formas de se carregar o contêiner de modo a minimizar os espaços vazios. Assim surge o Problema de Carregamento de Contêiner (PCC).

O PCC consiste então em carregar um número conhecido de caixas de tipos distintos e dimensões conhecidas dentro de contêineres, de modo a utilizar o espaço do contêiner da melhor maneira possível, ou seja, de modo a diminuir os espaços não ocupados.

Ao se modelar o PCC, pode-se levar ou não em consideração a estabilidade do carregamento, a resistência ou fragilidade das caixas, limitação de peso da carga, múltiplos destinos da carga, etc. As caixas podem ser homogêneas (somente um tipo de caixa), heterogêneas fraca (poucos tipos de caixas, com muitas caixas de cada tipo) e fortemente heterogêneas (muitos tipos de caixas e poucas caixas de cada tipo). Todas estas considerações dificultam a solução do PCC e os algoritmos propostos se tornam complexos a ponto de não poderem ser generalizados para todos, ou mesmo a maioria dos casos. Por exemplo, no trabalho pioneiro (GEORGE; ROBINSON, 1980) [1], é proposto um algoritmo heurístico construtivo baseado no carregamento por camadas ao longo do comprimento do contêiner.

Neste trabalho é apresentada uma heurística construtiva gulosa, a qual leva em consideração um único contêiner, utilizando-se caixas heterogêneas e apenas restrições dimensionais e será apresentada em detalhes na próxima seção. Seguindo o algoritmo proposto, a solução é obtida geometricamente através do software SolidWorks.

2. USO DA PESQUISA OPERACIONAL NO PROBLEMA DE CARREGAMENTO DE CONTÊINERES

Realizar uma revisão bibliográfica em conteúdos sobre o Problema de Carregamento de Contêineres (PCC) exige certo embasamento teórico de algumas áreas, incluindo entre elas, a Pesquisa Operacional e, mais especificamente, a programação linear.

Segundo Colin [2], a Pesquisa Operacional pode ser definida por pelo menos três características: uso de métodos matemáticos, orientação a aplicações e desejo por otimização. E a modelagem matemática de um problema de programação linear (PL) pode ser escrita como:

$$Max \quad Z = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i \qquad (1)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \geq b_j \, , j = 1, \dots, m \qquad (2)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \qquad (3)$$

Em que n é o número de variáveis, m é o número de restrições, c_i é o coeficiente da variável x_i, da função objetivo, a_{ij} é o coeficiente da j-ésima restrição e da variável x_i e b_j é a constante da j-ésima restrição.

O modelo (1-3) pode ser resolvido facilmente pelo Método Simplex [2].

Quando se acrescenta ao modelo (1-3) restrições de integralidade das variáveis envolvidas, temos então um problema de problema de programação linear inteira (PLI).

Existe um vasto conjunto de problemas práticos que podem ser resolvidos utilizando-se modelos de PL e PLI. Porém, há alguns problemas que possuem um grau de dificuldade elevado e que necessitam de outros modelos de PO para serem solucionados. Em situações como essa nem sempre é possível obter-se a solução ótima e então procura-se por uma solução viável e boa suficiente fazendo-se o uso de heurísticas e meta heurísticas.

De acordo com Hillier [3], um método heurístico é um procedimento que provavelmente conseguirá encontrar uma excelente solução viável para o problema em questão, porém não fornece a garantia de uma solução ótima, enquanto os métodos meta heurísticos, por sua vez, fornecem uma estrutura e também diretrizes de estratégia gerais para que se adapte um método heurístico a um tipo específico de problema.

2.1 Modelagem do PPC

O PPC pode ser modelado através de um PLI cuja função objetivo é dada por:

$$\min \quad Z = L \cdot W \cdot H - \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot q_i \cdot r_i \cdot s_i \qquad (4)$$

Em que N representa o número de caixas, s_i variável binária que vale um se a caixa i é a carregada no contêiner, L, W, H indicam o comprimento, a largura e a altura do contêiner e p_i, q_i e r_i indicam o comprimento, a largura e a altura da caixa, respectivamente. E considerando as variáveis:

(x_i, y_i, z_i) - Vetor que indica alocação da caixa pelo canto inferior esquerdo traseiro;

(l_{xi}, l_{yi}, l_{zi}) - Vetor binário que indica qual eixo está em paralelo com o comprimento da caixa. Como a altura da caixa sempre está em paralelo com a altura do contêiner, podemos trabalhar com o vetor $(l_{xi}, l_{yi}, 0)$;

(w_{xi}, w_{yi}, w_{zi}) - Vetor binário que indica qual eixo está em paralelo com a largura da caixa. Como a altura da caixa sempre está em paralelo com a altura do contêiner, esse vetor pode ser $(w_{xi}, w_{yi}, 0)$;

(h_{xi}, h_{yi}, h_{zi}) - Vetor binário que indica qual eixo está em paralelo com a altura da caixa. Porém como a altura da caixa é fixa sempre em paralelo com a altura do contêiner, então esse vetor será fixo $(0,0,1)$.

Ainda existem outras variáveis que são usadas para indicar o posicionamento das caixas em relação a outras caixas:

a_{ik} - Caso seja 1, indica que a caixa *i* está à esquerda da caixa *k*;

b_{ik} - Caso seja 1, indica que a caixa *i* está à direita da caixa *k*;

c_{ik} - Caso seja 1, indica que a caixa *i* está atrás da caixa *k*;

d_{ik} - Caso seja 1, indica que a caixa *i* está à frente da caixa *k*;

e_{ik} - Caso seja 1, indica que a caixa *i* está abaixo da caixa *k*;

f_{ik} - Caso seja 1, indica que a caixa *i* está acima da caixa *k*;

As restrições de não sobreposição das caixas são dadas por:

$$x_i + p_i \cdot l_{xi} + q_i \cdot w_{xi} + r_i \cdot h_{xi} \leq x_i + (1 - c_{ik}) \cdot M, \quad \forall\, i, k, i < k \tag{5}$$

$$x_k + p_k \cdot l_{xk} + q_k \cdot w_{xk} + r_k \cdot h_{xk} \leq x_i + (1 - d_{ik}) \cdot M, \quad \forall\, i, k, i < k \tag{6}$$

$$y_i + p_i \cdot l_{yi} + q_i \cdot w_{yi} + r_i \cdot h_{yi} \leq y_k + (1 - a_{ik}) \cdot M, \quad \forall\, i, k, i < k \tag{7}$$

$$z_i + p_i \cdot l_{zi} + q_i \cdot w_{zi} + r_i \cdot h_{zi} \leq z_k + (1 - e_{ik}) \cdot M, \quad \forall\, i, k, i < k \tag{8}$$

$$z_k + p_k \cdot l_{zk} + q_k \cdot w_{zk} + r_k \cdot h_{zk} \leq y_i + (1 - f_{ik}) \cdot M, \quad \forall\, i, k, i < k \tag{9}$$

$$y_k + p_k \cdot l_{yk} + q_k \cdot w_{yk} + r_k \cdot h_{yk} \leq y_i + (1 - b_{ik}) \cdot M, \quad \forall\, i, k, i < k \tag{10}$$

Outras restrições podem ser encontradas em (VENDRAMINI, 2007) [4].

O problema de carregamento de contêineres foi inicialmente abordado por Gilmore e Gomory em (GILMORE; GOMORY, 1961) [5] e (GILMORE; GOMORY, 1965) [6]. Desde então, inúmeros métodos e algoritmos foram propostos [4].

Em (CHEN; LEE; SHEN, 1995) [7] foi desenvolvido um modelo analítico para o problema de carregamento de contêineres utilizando variáveis inteiras e binárias, caixas retangulares e tamanhos não uniformes. No modelo matemático proposto, o objetivo é encontrar uma solução que minimize o espaço desperdiçado (vazio) do contêiner e, naturalmente, diminua o número de contêineres necessários para carregar todas as caixas.

2.1 Método de solução proposto

Para a reprodução do algoritmo proposto, considerou-se apenas um contêiner e com a permissão de rotação das caixas em todos os eixos. As dimensões das caixas e do contêiner são conhecidas, assim como a quantidade de caixas a serem carregadas.

A inclusão de restrições de peso, centro de gravidade, entre outros valores, dificultaria a solução do problema, e, portanto, foram desconsideradas neste exemplo.

Como revisão de um método já conhecido, foi utilizado o proposto por Ref. [1], contendo um total de 784 caixas de oito diferentes tipos. As dimensões das caixas estão contidas na Tabela 1.

O método divide o espaço do contêiner em quatro subespaços: Arranjo Principal, Espaço Residual na Altura, Espaço Residual na Largura e Espaço Residual Frontal do contêiner. Em cada subespaço, deve-se alocar caixas de modo a minimizar o espaço desperdiçado, ou seja, tem-se um novo problema para cada subespaço, os quais são resolvidos conforme descrição a seguir.

No Arranjo Principal, carregam-se caixas de dimensões iguais camada por camada formando um conjunto de camadas iguais, de mesmo tamanho. O Espaço Residual na Altura do contêiner, o qual é obtido unindo-se o espaço ao longo do comprimento do contêiner formado pelas camadas do arranjo principal. Por fim carrega-se o Espaço Residual na Largura. Após preencher todo o espaço residual da altura e da largura, verifica-se a possibilidade de se formar um novo Arranjo Principal ou minimizar o Espaço Residual Frontal. O carregamento de cada espaço é feito do seu canto inferior esquerdo, de baixo para cima, coluna por coluna e da esquerda para direita, completando assim cada arranjo.

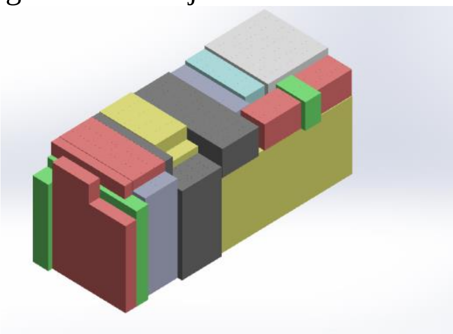
Tabela 1. Dados dimensionais das caixas do Sistema I com 784 caixas.

Tipo caixa	Altura (m)	Comprimento (m)	Largura (m)	Quantidade
01	0,273	0,785	0,139	400
02	0,195	0,901	0,185	160
03	0,265	0,901	0,195	40
04	0,195	1,477	0,135	40
05	0,185	0,614	0,48	8
06	0,135	0,4	0,4	16
07	0,4	0,264	0,4	80
08	0,290	0,385	0,365	40

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Utilizando o software SolidWorks, da SolidWorks Corporation, foi possível modelar os arranjos propostos, obtendo um arranjo final dentro das proporções esperadas de um contêiner padrão. O resultado está ilustrado pela Fig. 1.

Figura 1 - Arranjo final das caixas



Comprova-se, através de experimento gráfico, a eficácia da heurística, algoritmo com tempo de execução aceitável, proposta em Ref. [1].

Notoriamente, existem espaços não preenchidos, não pela falta de precisão do algoritmo, mas sim pela quantidade de caixas carregadas.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por se tratar de um problema de difícil solução, que permite várias variáveis e a possibilidade de mudar os tipos de caixas utilizadas e suas características (peso, volume, centro de gravidade), o problema de carregamento de contêineres ainda é pouco explorado.

A programação linear mostrou-se útil em casos de modelagem matemática envolvendo de problemas de carregamento de contêineres. Para isso desenvolvem-se heurísticas ou meta heurísticas capazes de solucionar de maneira eficiente e com bom tempo computacional, através de escolhas aleatórias e/ou conhecimentos adquiridos de resultados anteriores.

REFERÊNCIAS

[1] GEORGE, J. A.; ROBINSON, D. F. “A Heuristic for Packing Boxes into a Container. Computers and Operational Research”, v. 7, p. 147-156, 1980.

[2] COLIN, Emerson Carlos. Pesquisa Operacional: 170 Aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

[3] HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à Pesquisa Operacional*. 9. Ed. São Paulo: Mcgraw Hill, 2013.

[4] VENDRAMINI, Eliane. Otimização do Problema de Carregamento de Contêiner Usando uma Metaheurística Eficiente. 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

[5] GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting stock problem. Operations Research, v. 9, p. 849-859, 1961.

[6] GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. Multistage cutting problems of two and more dimensions. Operations Research, v. 13, p. 94-119, 1965.

[7] CHEN, C. S.; LEE, S. M.; SHEN, Q. S. An Analytical Model for the Container Loading Problem. European Journal of Operational Research, v. 80, p. 68-76, 1995.