

BEHAVIORAL MODELING OF AMPLIFIERS USING Z-PARAMETER, S-PARAMETER AND X-PARAMETER

Roberto Kondo e Eduardo Gonçalves de Lima

Universidade Federal do Paraná - UFPR

Departamento de Engenharia Elétrica, Centro Politécnico – Curitiba - PR

robertokondo@ufpr.br, elima@eletrica.ufpr.br

Abstract. This work addresses the behavioral modeling of amplifiers using matrix-based descriptions. First, the small-signal impedance (Z) and scattering (S) parameters are described. Then, the large-signal X parameter is studied. Emphasis is put on how to obtain the matrix elements based on circuit simulations. The different approaches are applied to an amplifier circuit. Simulation results show that Z- and S-based descriptions have only 4 parameters and can only model the small-signal operation. However, the X-based description can model the large-signal operation at the expense of requiring a much larger set of parameters. For instance, if the harmonics are truncated to the third-order, the X-based description needs 78 parameters to model the circuit under test.

Palavras-chave: Amplificador; Modelagem comportamental; Não linearidade.

1. INTRODUÇÃO

Os amplificadores, dispositivos capazes de amplificarem um sinal (corrente, tensão ou potência), são um dos principais objetos de estudo na área de Engenharia Elétrica [1]. Com isso, torna-se necessário utilizar um modelo matemático para a análise comportamental a determinadas condições, tarefa esta que pode não ser fácil devido às características não lineares dos componentes que formam um amplificador (por exemplo, os transistores).

Um método comum para a análise de amplificadores é através de representações matriciais, cujos elementos são impedâncias (matriz Z [1]), admitâncias (matriz Y [1]), ou combinações lineares de corrente e tensão (parâmetros S [2] ou X [3]). Dentre as matrizes citadas, à exceção dos parâmetros X, todas as outras são válidas somente em circuitos lineares.

Tendo como questão norteadora a não linearidade eventualmente presente em

amplificadores, este trabalho tem por objetivo estudar as diferentes abordagens de modelagem do seu comportamento baseadas em matrizes de parâmetros.

2. PROCEDIMENTO E MÉTODOS

2.1 Circuito amplificador teste

Os modelos comportamentais descritos por matrizes Z, S e X são aplicados, neste trabalho, ao circuito mostrado na Fig 1. Observe que, neste circuito a duas portas, o modelo do transistor inclui uma fonte de corrente que depende não linearmente da tensão v_{GS} .

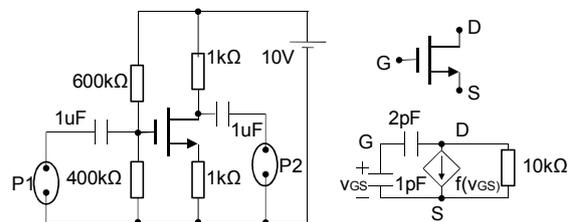


Figura 1 – Esquemático do amplificador.

2.2 Matrizes de parâmetros Z e S

Essas matrizes são capazes de modelar apenas circuitos lineares sem a presença de fontes independentes [1]-[2]. Uma vez que o circuito teste é não linear, primeiramente linearizou-se este circuito em torno do ponto de operação CC (ou seja, $v_{GS} = V_{GS}$) [1]. Para tal fim, a fonte de não linearidade do circuito, cuja equação característica é

$$i_D = f(v_{GS}) = 0,025 \exp(v_{GS} - 1), \quad (1)$$

foi substituída pela equação linear

$$i_D = I_D + g_m(v_{GS}), \quad (2)$$

onde:

$$g_m = \frac{di_D}{dv_{GS}} |_{V_{GS}} = 0,025 \exp(V_{GS}). \quad (3)$$

Na sequência, já com o circuito linearizado, foi aplicada superposição, dividindo o circuito em equivalentes CC e CA. As matrizes de impedância (Z) e espalhamento (S) são aplicadas na modelagem comportamental do circuito equivalente CA, onde todas as fontes independentes CC foram desativadas.

A matriz Z [1] relaciona os vetores contendo as tensões de porta (V) e as correntes de porta (I)

$$[V] = [Z][I]. \quad (4)$$

Para o circuito teste com duas portas:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Para obter os valores da n -ésima coluna de Z , deve-se zerar I_m , deixando a porta m em aberto, e aplicar uma fonte independente ideal na porta n , ou seja,

$$z_{mn} = \frac{V_m}{I_n} |_{(I_m = 0)} \quad (6)$$

onde V_m a tensão na porta m e I_n a corrente na porta n .

A matriz S [2] relaciona dois vetores contendo combinações lineares distintas de tensão e corrente, representadas por b e a .

$$[b] = [S][a]. \quad (7)$$

Os m -ésimos elementos dos vetores b e a , representados por b_m e a_m , são denominados onda refletida e onda incidente na porta m , respectivamente, e obtidos usando:

$$b_m = \frac{1}{\sqrt{Z_N}} (V_m - \sqrt{Z_N} I_m), \quad (8)$$

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{Z_N}} (V_n + \sqrt{Z_N} I_n), \quad (9)$$

onde Z_N é um parâmetro denominado impedância de normalização.

Para o circuito teste com duas portas:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Para obter os valores da n -ésima coluna de S , deve-se zerar a_m , ou seja

$$s_{mn} = \frac{b_m}{a_n} |_{(a_m = 0)}. \quad (11)$$

Para fazer a_m ser nula, basta inserir, na porta m , uma impedância igual a Z_N .

2.3 Matrizes de parâmetros X

Os parâmetros X consistem basicamente em três matrizes [3]. Dado um sistema com N portas e considerando-se H harmônicas, essas três matrizes têm NH linhas, sendo que uma delas tem apenas 1 coluna e é chamada de S_F , enquanto que as outras duas têm NH colunas e são chamadas de S_S e S_T .

Os parâmetros X são capazes de modelar circuitos não lineares. Portanto, nesse caso, trabalha-se com o circuito original (sem linearizar).

Para a obtenção de todos os parâmetros X , deve-se inserir, na porta 1, uma fonte senoidal de grandes sinais, com impedância interna igual a Z_N , de amplitude constante designada A_{11} , operando a uma frequência ω_1 e com um deslocamento de fase ϕ_1 . Cada valor de parâmetro X varia em função de A_{11} , ω_1 e Z_N .

Para a obtenção dos NH elementos da matriz S_F , conecta-se uma impedância igual a Z_N na porta 2 e usa-se:

$$S_{n,h}^{(F)} = \frac{b_{n,h}}{a_{1,h}} \quad (12)$$

onde $b_{n,h}$ e $a_{1,h}$ são calculados de acordo com (8) e (9), sendo que o primeiro índice refere-se a uma porta e o segundo índice ao fasor de uma determinada harmônica.

Na sequência, mantendo a porta 2 inalterada, adiciona-se uma perturbação senoidal, de amplitude pequena, operando a uma frequência $\omega_1 + \Delta\omega$, à porta 1. Feito isso, obtêm-se os elementos da primeira coluna das matrizes S_S e S_T de acordo com:

$$s_{1,h,n,1}^{(S)} = \frac{b_{1,h}(@h\omega_1 + \Delta\omega)}{a_{n,1}(@\omega_1 + \Delta\omega)}, \quad (13)$$

$$s_{1,h,n,1}^{(T)} = \frac{b_{1,h}(@h\omega_1 - \Delta\omega)}{a_{n,1}(@\omega_1 - \Delta\omega)}. \quad (14)$$

Os parâmetros S_S são obtidos selecionando-se a grandeza a na frequência $\omega_1 + \Delta\omega$ e a grandeza b nas frequências $\omega_1 + \Delta\omega$, $2\omega_1 + \Delta\omega$, até $H\omega_1 + \Delta\omega$, ao passo que os parâmetros S_T são obtidos coletando-se a grandeza a na frequência $\omega_1 - \Delta\omega$ e a grandeza b nas frequências $\omega_1 - \Delta\omega$, $2\omega_1 - \Delta\omega$, até $H\omega_1 - \Delta\omega$. Para a obtenção das demais colunas de S_S e S_T , deve-se modificar a fonte de perturbação de pequena amplitude. As notações $s_{i,j,k,l}^{(S)}$ e $s_{i,j,k,l}^{(T)}$ indicam que uma fonte senoidal de perturbação na frequência $l\omega_1 + \Delta\omega$ foi aplicada na porta i .

É também necessário aplicar uma correção de fase, que usa o deslocamento de fase ϕ_1 da fonte de grande sinal. Seja

$$P = e^{j\phi_1}. \quad (15)$$

A correção de fase a ser feita consiste em multiplicar o valor encontrado por P^{j-l} , caso seja um parâmetro S_S , ou por P^{j+l} , caso seja um parâmetro S_T . Em particular, j indica em qual harmônica está sendo efetuada a medida a ser usada no numerador e l indica em torno de qual harmônica a fonte de perturbação foi aplicada. Ao término deste procedimento, têm-se $[NH+2(NH)^2]$ elementos nas 3 matrizes. Para um sistema com 2 portas e considerando 3 harmônicas, tem-se 78 parâmetros X.

3. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Os procedimentos descritos nas Seções 2.2 e 2.3 foram aplicados ao circuito teste

descrito na Seção 2.1. Foi utilizado o simulador *Advanced Design System* da *Keysight Technologies*.

Para o cálculo dos parâmetros Z e S, a frequência foi fixada em 1 GHz e foram realizadas simulações CA. Além disso, para a matriz S, a impedância de normalização foi fixada em 50 Ω . As Tabelas 1 e 2 apresentam os resultados obtidos para as matrizes Z e S, respectivamente. Números complexos foram representados na forma: amplitude (fase, em graus).

Tabela 1. Parâmetros de Impedância (Z)

Elemento	Amplitude e Fase
Z ₁₁	1,22 . 10 ⁴ (-69,963°)
Z ₁₂	2,35 . 10 ³ (0,945°)
Z ₂₁	6,19 . 10 ⁴ (95,913°)
Z ₂₂	3,07 . 10 ³ (-5,792°)

Tabela 2. Parâmetros de Espalhamento (S)

Elemento	Amplitude e Fase
S ₁₁	0,573 (-53,646°)
S ₁₂	0,001 (83,233°)
S ₂₁	0,758 (38,632°)
S ₂₂	0,994 (-0,082°)

Para a obtenção dos parâmetros X, foram realizadas simulações de equilíbrio harmônico. A frequência fundamental foi fixada em 1 GHz, a impedância de normalização foi fixada em 50 Ω e a potência da fonte senoidal de grandes sinais foi fixada em 15 dBm. A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 3. Parâmetros X

Elemento	Amplitude e Fase
X ₁₁ ^F	177,65 . 10 ⁻³ (-0,113°)
X ₁₂ ^F	1,791 . 10 ⁻⁶ (89,699°)
X ₁₃ ^F	7,42 . 10 ⁻⁷ (0°)
X ₂₁ ^F	26,834 . 10 ⁻³ (179,454°)
X ₂₂ ^F	1,45 . 10 ⁻³ (-0,192°)
X ₂₃ ^F	4 . 10 ⁻⁴ (-89,838°)
X ₁₁₁₁ ^S	1 (-0,115°)
X ₁₂₁₁ ^S	2,666 . 10 ⁻⁶ (-90,308°)
X ₁₃₁₁ ^S	1,863 . 10 ⁻⁵ (-90,465°)
X ₂₁₁₁ ^S	0,16 (179,475°)
X ₂₂₁₁ ^S	0,02 (179,8°)

X_{2311}^S	$9,852 \cdot 10^{-3}$ (179,698°)
X_{1112}^S	$1,32 \cdot 10^{-5}$ (-90,164°)
X_{1212}^S	1 (-0,229°)
X_{1312}^S	$3,992 \cdot 10^{-5}$ (-90,464°)
X_{2112}^S	0,02 (179,89°)
X_{2212}^S	0,16 (178,955°)
X_{2312}^S	0,02 (179,699°)
X_{1113}^S	$6,072 \cdot 10^{-6}$ (-90,185°)
X_{1213}^S	$2,627 \cdot 10^{-6}$ (-90,323°)
X_{1313}^S	1 (-0,342°)
X_{2113}^S	$9,57 \cdot 10^{-3}$ (179,87°)
X_{2213}^S	0,02 (179,786°)
X_{2313}^S	0,16 (178,435°)
X_{1121}^S	$1,121 \cdot 10^{-3}$ (89,908°)
X_{1221}^S	$2,341 \cdot 10^{-6}$ (89,321°)
X_{1321}^S	$1,65 \cdot 10^{-6}$ (89,169°)
X_{2121}^S	0,91 (-0,079°)
X_{2221}^S	$1,854 \cdot 10^{-3}$ (-0,571°)
X_{2321}^S	$8,734 \cdot 10^{-4}$ (-0,668°)
X_{1122}^S	$1,178 \cdot 10^{-6}$ (89,104°)
X_{1222}^S	$2,412 \cdot 10^{-3}$ (89,817°)
X_{1322}^S	$3,506 \cdot 10^{-6}$ (88,798°)
X_{2122}^S	$1,86 \cdot 10^{-3}$ (-0,841°)
X_{2222}^S	0,91 (-0,157°)
X_{2322}^S	$1,854 \cdot 10^{-3}$ (-1,039°)
X_{1123}^S	$5,545 \cdot 10^{-7}$ (88,742°)
X_{1223}^S	$2,344 \cdot 10^{-6}$ (88,583°)
X_{1323}^S	$3,612 \cdot 10^{-3}$ (89,725°)
X_{2123}^S	$8,74 \cdot 10^{-4}$ (-1,203°)
X_{2223}^S	$1,856 \cdot 10^{-3}$ (-1,308°)
X_{2323}^S	0,91 (-0,236°)
X_{1111}^T	$5,95 \cdot 10^{-6}$ (89,856°)
X_{1211}^T	$6,058 \cdot 10^{-6}$ (89,705°)
X_{1311}^T	$4,82 \cdot 10^{-6}$ (89,553°)
X_{2111}^T	$9,57 \cdot 10^{-3}$ (-0,09°)
X_{2211}^T	$4,846 \cdot 10^{-3}$ (-0,187°)
X_{2311}^T	$2,567 \cdot 10^{-3}$ (-0,285°)
X_{1112}^T	$3,014 \cdot 10^{-6}$ (89,875°)
X_{1212}^T	$3,209 \cdot 10^{-6}$ (89,729°)
X_{1312}^T	$2,623 \cdot 10^{-6}$ (89,582°)
X_{2112}^T	$4,846 \cdot 10^{-3}$ (-0,072°)
X_{2212}^T	$2,567 \cdot 10^{-3}$ (-0,164°)
X_{2312}^T	$1,397 \cdot 10^{-3}$ (-0,256°)
X_{1113}^T	$1,597 \cdot 10^{-6}$ (89,904°)
X_{1213}^T	$3,639 \cdot 10^{-4}$ (-90,303°)
X_{1313}^T	1,453 (89,623°)
X_{2113}^T	$2,567 \cdot 10^{-3}$ (-0,042°)
X_{2213}^T	$1,397 \cdot 10^{-3}$ (-0,129°)
X_{2313}^T	$7,74 \cdot 10^{-4}$ (-0,215°)
X_{1121}^T	$5,43 \cdot 10^{-7}$ (-89,781°)

X_{1221}^T	$5,66 \cdot 10^{-7}$ (-89,938°)
X_{1321}^T	$4,61 \cdot 10^{-7}$ (-90,096°)
X_{2121}^T	$8,73 \cdot 10^{-4}$ (-179,728°)
X_{2221}^T	$4,528 \cdot 10^{-4}$ (-179,831°)
X_{2321}^T	$2,454 \cdot 10^{-4}$ (-179,935°)
X_{1122}^T	$2,186 \cdot 10^{-7}$ (0,579°)
X_{1222}^T	$3,069 \cdot 10^{-7}$ (-89,581°)
X_{1322}^T	$2,565 \cdot 10^{-7}$ (-89,742°)
X_{2122}^T	$4,529 \cdot 10^{-6}$ (-179,367°)
X_{2222}^T	$2,454 \cdot 10^{-4}$ (-179,473°)
X_{2322}^T	$1,366 \cdot 10^{-4}$ (-179,581°)
X_{1123}^T	$1,527 \cdot 10^{-7}$ (-89,065°)
X_{1223}^T	$1,708 \cdot 10^{-7}$ (-89,229°)
X_{1323}^T	$1,453 \cdot 10^{-9}$ (-89,395°)
X_{2123}^T	$2,455 \cdot 10^{-4}$ (-179,012°)
X_{2223}^T	$1,366 \cdot 10^{-4}$ (0,878°)
X_{2323}^T	$7,74 \cdot 10^{-4}$ (-179,234°)

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi descrito um procedimento para obtenção dos parâmetros Z, S e X através de um simulador de circuitos. Verificou-se que a quantidade de elementos utilizada pelos parâmetros X é maior do que aquela utilizada pelos parâmetros S e Z, também sendo possível analisar a influência de harmônicas, ora desprezada pelos outros métodos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro da Pró-reitoria de Assuntos Estudantis (PRAE) da Universidade Federal do UFPR.

REFERÊNCIAS

- [1] A. S. Sedra, Microeletrônica, Pearson Prentice Hall, SP: 2012.
- [2] F. F. Kuo, Network Analysis and Synthesis, NY: 1966.
- [3] C. Baylis, R.J. Marks II, J. Martin, H. Miller and M. Moldovan, "Going Nonlinear", IEEE Microwave Magazine, Apr. 2011, pp. 55-64.