

DISTRIBUTION OF FORCES AND MOMENTS IN THE PROPULSION SYSTEM OF A REMOTELY OPERATED VEHICLE

Jordana Tureck Cruz

Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Departamento de Engenharia Naval, Centro de Engenharias da Mobilidade – Joinville - SC

jord.tureck@gmail.com

Abstract. In the propulsion system of a remotely operated vehicle (ROV), the control allocation is a problem due the fact that the number of thrusters is larger than the degrees of freedom (DOF). This article is a bibliographic review of the solution for this problem and also shows a method to optimize the use of thrusters under partial or total fault, making the vehicle operable even under damage, which is important since those equipments are costly and cannot be easily lost. In this article is presented a general form of the matrix T and the concept of pseudo-inverse matrix.

Palavras-chave: Propulsor, Graus de liberdade, Matriz de transformação.

1. INTRODUÇÃO

O movimento de um corpo submerso é modelado através de uma equação geral que é a adaptada a cada corpo de acordo com seu número de DOF. Tal equacionamento cinemático leva em conta fatores tais como massa, inércia, arrasto e forças restauradoras, os quais, associados a velocidades e acelerações, geram um vetor de forças e momentos em torno de cada eixo do sistema de coordenadas fixo ao corpo.

O problema de controle gira em torno do fato de que normalmente os veículos possuem um maior número de propulsores (n) do que DOF controláveis (m), isso implica que o comando do operador é um vetor com [m] componentes que deverá ser transformado em um vetor de [n] componentes, mas devido a complicações algébricas isso não se trata de uma operação trivial como será exposto a seguir.

2. MATRIZ T- PROPULSORES

Segundo Fossen et al. [3], a equação que modela a cinemática do corpo submerso, no caso um ROV, inclui a análise cinética, através das matrizes M e C , além de efeitos de arrasto, matriz D , e forças restauradoras, $g(\eta)$. Tais parcelas são associadas ao vetor de velocidades ou vetor de acelerações, a fim de se ter como resposta um vetor de forças e momentos.

$$M(\dot{v}) + C(v) + D(v) + g(\eta) = \tau \quad (2.1)$$

$$\tau = (\tau_x, \tau_y, \tau_z, \tau_K, \tau_M, \tau_N) \quad (2.2)$$

Definido o esforço requerido para mover o corpo com base na velocidade e aceleração requeridas, se faz necessário pensar na distribuição dessas forças e momentos entre os propulsores do veículo. De acordo com Omerdic et al. [4] equação que relaciona o vetor τ e o vetor s , que é o vetor de saída dos propulsores (força), é a seguinte:

$$\tau = T s \quad (2.3)$$

Onde T é a matriz que transforma o vetor de forças dos propulsores em forças e momentos de acordo com os DOF do veículo. Tal matriz é formada de acordo com a configuração dos propulsores. Sua ordem é de $(m \times n)$, sendo m o número de DOF e n o número de propulsores. A apresentação mais genérica possível é a seguinte:

$$T = \begin{bmatrix} {}^1e_x & & {}^ie_x & \dots & {}^ne_x \\ {}^1e_y & \dots & {}^ie_y & \dots & {}^ne_y \\ {}^1e_z & & {}^ie_z & \dots & {}^ne_z \\ ({}^1r \times {}^1e)_x & & ({}^ir \times {}^ie)_x & \dots & ({}^nr \times {}^ne)_x \\ ({}^1r \times {}^1e)_y & \dots & ({}^ir \times {}^ie)_y & \dots & ({}^nr \times {}^ne)_y \\ ({}^1r \times {}^1e)_z & & ({}^ir \times {}^ie)_z & \dots & ({}^nr \times {}^ne)_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Sendo que $\vec{e} = (e_x, e_y, e_z)$, que é o vetor que decompõe a força exercida pelo propulsor, e $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$, o vetor que indica a distância do propulsor ao centro de gravidade (CG). É importante ressaltar que a origem do sistema de coordenadas fixo ao corpo é coincidente com o CG.

Convencionalmente, para simplificar a análise, separa-se o movimento entre plano horizontal (H), xy, e plano vertical, plano yz e plano xz. Além disso, o enfoque inicial geralmente é do movimento horizontal devido ao maior número de DOF. Nesse caso todas as componentes referentes aos DOF não controláveis nesse plano são zeradas, no caso heave, roll e pitch.

Inicialmente serão tratados veículos com quatro GDL: surge, sway, heave e yaw. As linhas nulas acabam sendo excluídas da matriz. Segue abaixo exemplo da matriz $T_{x'}^{PH}$, para configuração em "X", considerando apenas os quatro propulsores horizontais, que têm o mesmo grau de inclinação:

$$T_{x'}^{PH} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos \alpha & \cos \alpha & \cos \alpha \\ \sin \alpha & \sin \alpha & \sin \alpha & \sin \alpha \\ A & -A & -A & A \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

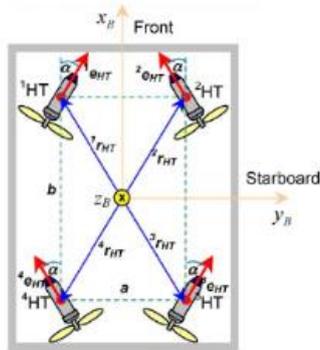


Figura 1. Configuração X

A variável A indicada na matriz é dada pela componente associada a \vec{k} do produto vetorial $\vec{r} \times \vec{e}$:

$$\begin{aligned} \vec{r} \times \vec{e} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{b}{2} & \frac{a}{2} & 0 \\ \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \end{vmatrix} \\ &= 0\vec{i} - 0\vec{j} + \left[\left(\frac{b}{2}\right) \sin \alpha + \left(\frac{a}{2}\right) \cos \alpha \right] \vec{k} \\ &= A \end{aligned} \quad (2.6)$$

Nesta abordagem, componentes de torque são dependentes de duas funções trigonométricas, seno e cosseno. Na bibliografia há uma forma alternativa para esta mesma matriz, onde a componente de momento depende apenas da função seno, e da distância escalar do propulsor ao CG.

$$T_{x'}^{PH} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & \dots & \cos \alpha_n \\ \sin \alpha_1 & \sin \alpha_2 & \dots & \sin \alpha_n \\ d \sin (\gamma_1) & d \sin (\gamma_2) & \dots & d \sin (\gamma_n) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Os termos d e γ são representados na fig. 2:

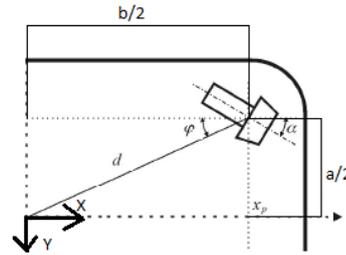


Figura 2. Configuração T, forma alternativa

A equivalência do equacionamento é demonstrada a seguir:

$$\begin{aligned} \sin (\gamma_n) &= \sin (\alpha_n - \varphi_n) = \\ &= \sin \alpha_n \cos \varphi_n - \sin \varphi_n \cos \alpha_n \end{aligned}$$

$$d_n \sin (\gamma_n) = d_n * \sin \alpha_n * \cos \varphi_n - d_n * \sin \varphi_n * \cos \alpha_n$$

$$\begin{aligned} d_n * \cos \varphi_n &= \frac{b}{2} \\ d_n * \sin \varphi_n &= -\frac{a}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore d_n \sin (\gamma_n) = \frac{b}{2} \sin \alpha_n + \frac{a}{2} \cos \alpha_n$$

$$d_n \sin (\gamma_n) = A \quad (2.8)$$

3. DEFINIÇÃO DA PROBLEMÁTICA

Os veículos subaquáticos apresentam redundâncias em seus sistemas, pois, dessa forma, em caso de falha, dependendo da gravidade da situação, a missão pode ser continuada, o que significa um sistema mais seguro. Contudo, existem algumas

limitações matemáticas que dificultam a modelagem.

Em termos práticos, os comandos do piloto geram um vetor de controle o qual tem uma componente para cada grau de liberdade, sendo este o controle real. Tal vetor deve ser transformado em um vetor de controle que expresse a solicitação de cada propulsor, ou seja, o controle virtual. Isso significa que em sistemas redundantes a magnitude do vetor controle real não é a mesma do vetor de controle virtual.

A complicação matemática ocorre quando se tem o vetor de forças e momentos, τ , e é necessário achar o vetor de controle dos propulsores, s , pois, seria necessária uma matriz inversa de T , como demonstrado na Equação 3.1. Contudo, devido à condição de redundância ($n > m$), a matriz T não é quadrada, portanto, o conceito de matriz inversa não é aplicável.

$$T^{-1}\tau = s \quad (3.1)$$

Para um dado τ , como encontrar um vetor s que satisfaça a essa relação? Para contornar a situação imposta pela não existência da matriz inversa, pode se fazer uso do conceito de matriz pseudo-inversa, o qual permite encontrar uma solução, exata ou não, para este tipo de problema.

Primeiramente é necessário fazer algumas substituições que serão úteis. Tomando a equação (1.3):

$$\begin{aligned} \tau &= T s \\ s &= Ku \\ \tau &= T Ku \end{aligned} \quad (3.2)$$

Onde K é a matriz diagonal de ordem n , a qual indica os coeficientes de força dos propulsores e u é o vetor de controle. Quando todos os propulsores são iguais o coeficiente é igual para todos e K se torna um escalar multiplicando uma matriz identidade. E então por fim:

$$TK = B \quad (3.3)$$

Sendo B a matriz de controle dos propulsores. Transformando a equação na sua forma final:

$$\tau = Bu \quad (3.4)$$

4. PSEUDO-INVERSA

Segundo Fossen et al. [2], a definição matemática da matriz pseudo-inversa é dada por:

$$B_w^+ = (W^{-1}B^T(BW^{-1}B^T)^{-1}) \quad (4.1)$$

A matriz B leva em o subíndice w , pois, esta abordagem faz uso da *weighting matrix*.

Fazer a demonstração matemática de que a fórmula indicada funciona é demasiadamente complexa, porém através da análise das ordens das matrizes é possível notar que a matriz resultante terá uma ordem coerente com a requisitada.

Retomando da equação a ideia central, B_w^+ deverá ser uma matriz que satisfaz a seguinte equação:

$$u = B_w^+ \tau \quad (4.2)$$

Portanto a ordem desta matriz deverá ser $(n \times m)$, pois, ao ser multiplicado por um vetor $(m \times 1)$ a matriz resultante deverá ter ordem $(n \times 1)$.

As ordens de cada matriz são:

$$\begin{aligned} W^{-1} &= (n \times n) \\ B &= (m \times n) \\ B^T &= (n \times m) \end{aligned}$$

Logo:

$$\begin{aligned} W^{-1}B^T &= (n \times m) \\ BW^{-1}B^T &= (m \times m) = (BW^{-1}B^T)^{-1} \\ B_w^+ &= ((n \times m) \times (m \times m)) \\ B_w^+ &= (n \times m) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Resultado este que é coerente com o que se esperava de um ponto de vista algébrico. Contudo, do ponto de vista matemático e físico nem sempre a solução indicada é possível, pois, os propulsores, como todo e qualquer componente físico, possuem limitações. Isso significa que uma análise da matriz encontrada é fundamental.

4.1 Wheighting Matrix

A matriz W^{PH} indica a distribuição do controle, ou seja, ela é responsável por coordenar uso dos propulsores, com base em seu estado. Em geral, é uma matriz diagonal de ordem n , onde n neste caso indica o

número de propulsores no plano horizontal (PH).

$$W^{PH} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_4 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Cada propulsor é indicado por w_i , parâmetro que pode variar de 0 a 1, sendo 0 condição inoperante, e 1 completamente operante. Numa situação livre de falhas, com todos os propulsores em perfeito estado de operação W^{PH} se transforma em uma matriz identidade.

No caso de falhas parciais W^{PH} é modificada de forma a alterar os valores dos propulsores danificados de forma proporcional ao tipo de falha.

$$w_i = 1 + \Delta w_i \quad (4.5)$$

Onde:

$$\Delta w_i = 2 \left(\frac{1}{s_i} - 1 \right) \quad (4.6)$$

Tabela 1. Peso das falhas

Estado do propulsor	Tipo	s
Normal	-	1,00
Jammed	parcial	0,75
Heavy jammed	parcial	0,50
Hélice quebrada	total	0,00
Falha desconhecida	parcial	0,25
Falha interna	total	0,00

4.2 Normalização

O processo de normalização os componentes da matriz B se tornam adimensionalizados, que facilitará os cálculos necessários para a obtenção da matriz pseudo-inversa. Além disso, a manipulação matemática leva aos vetores τ e u a serem restritos a valores entre -1 e 1.

A Equação (1.3), já normalizada assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_{x\text{máx}} \\ \tau_y \\ \tau_{y\text{máx}} \\ \tau_N \\ \tau_{N\text{máx}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & -1/4 & 1/4 & -1/4 \\ 1/4 & -1/4 & -1/4 & 1/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ u^4 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

5. CONCLUSÃO E TRABALHO FUTURO

No presente artigo foi exposta uma formulação geral para a matriz de transformação dos propulsores, a qual é de extrema importância, pois, dessa forma é possível construir a matriz T para qualquer veículo submersível, desde que este apresente apenas propulsores. Um próximo passo seria buscar informações acerca da modelagem de outras estruturas que influem no movimento, tais como lemes. É importante ressaltar que a análise aqui exposta é válida apenas para o movimento no plano horizontal.

Por fim, aborda-se o problema entre a conversão de comandos do controle real para o controle virtual, trazendo a matriz pseudo-inversa, como uma alternativa para o impasse. A matriz pseudo-inversa, no entanto, pode levar a uma resolução que não é possível, devido às limitações físicas do sistema. É necessário entender como determinar a região de soluções possíveis, para assim identificar com facilidade soluções inviáveis, além de entender as soluções de arredondamento e truncamento para aproximação a resposta possível.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]Fossen, T. I., T. A. Johansen and T. Perez. A Survey of Control Allocation Methods for Underwater Vehicles. Chapter 7, In *"Intelligent Underwater Vehicles"*. I-Tech Education and Publishing (A. V. Inzartsev, Ed.), Vienna, Janeiro 2009
- [2]Fossen, T. Guidance and control of ocean vehicles. Chichester: Wiley, 1994.
- [3]Fossen, T. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control =. Tradução . Chichester, West Sussex: Wiley, 2011.
- [4]Omerdic, E. Roberts, G. Thruster fault diagnosis and accommodation for open-frame underwater vehicles. Control Engineering Practice, v. 12, n. 12, p. 1575-1598, 2004.